

Приложение  
К ООП СОО МОУ «Гимназия» г. Сертолово

Рабочая программа

Математика  
10-11 класс

## Планируемые результаты обучения

Изучение алгебры и начал математического анализа в старшей школе даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов.

### *личностные:*

- 1) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- 2) готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- 3) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- 4) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- 5) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества;
- б) осознанный выбор будущей профессии и возможностей ре-ализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, обще-национальных проблем.

### *метапредметные:*

- 1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- 2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- 3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- 4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- 5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

- б) владение языковыми средствами — умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- 7) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

***предметные:***

Предметные результаты освоения интегрированного курса математики ориентированы на формирование целостных представлений о мире и общей культуры обучающихся путём освоения систематических научных знаний и способов действий на метапредметной основе, а предметные результаты освоения курса алгебры и начал математического анализа на базовом уровне ориентированы на обеспечение преимущественно общеобразовательной и общекультурной подготовки. Они предполагают:

- 1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- 2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- 3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 4) владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- 5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- б) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; сформированность умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- 7) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Предметные результаты освоения курса алгебры и начал математического анализа на углублённом уровне ориентированы преимущественно на подготовку к последующему профессиональному образованию, развитие индивидуальных способностей обучающихся путём более глубокого, чем это предусматривается базовым курсом, освоения основ наук, систематических знаний и способов действий, присущих данному учебному предмету.

Углублённый уровень изучения алгебры и начал математического анализа включает, кроме перечисленных выше результатов освоения базового курса:

- 1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- 3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

- 4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- 5) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

### **Углублённый уровень**

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

### **Элементы теории множеств и математической логики**

— Свободно оперировать<sup>1</sup> понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;

— применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

— проверять принадлежность элемента множеству;

— находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;

<sup>1</sup> Здесь и далее — знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса. использовать понятие и его свойства при повелении — задавать множества перечислением и характеристическим свойством;

— оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;

— проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;

— оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;

— понимать суть косвенного доказательства;

— оперировать понятиями счётного и несчётного множества;

— применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.

### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

— использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;

— проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;

— использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.

### **Числа и выражения**

— Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число,

корень степени и, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционными системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;
- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;
- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинোма Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

**Уравнения и неравенства**

- Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;

- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы линейных уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

**Функции**

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;

- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

**Элементы математического анализа**

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;
- оперировать понятием первообразной для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

## **Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;
- уметь применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго.

## **В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

## **Элементы математического анализа**

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;



- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;
- свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;
- оперировать понятием первообразной для решения задач;
- овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;
- оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;
- уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;
- уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;
- уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);
- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.

**В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

**Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;

- владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;
- владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

**Текстовые задачи**

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

**История и методы математики**

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

**Предметные результаты освоения учебного предмета «Математика»:**

- формирование представлений о математике, её роли в жизни и профессиональной деятельности человека, необходимость применения математических знаний для решения современных практических задач человечества, своей страны и родного края, в том числе с учетом рынка труда Челябинской области;
- овладение основными навыками получения, применения, интерпретации и презентации информации математического содержания, использования математических

знаний в повседневной жизни и изучения других предметов, формирование представлений о реальном секторе экономики и рынке труда Челябинской области;

- формирование представлений об особенностях деятельности людей, ведущей к развитию промышленности родного края, освоение системы математических знаний для последующего изучения дисциплин необходимых для получения инженерных и технических специальностей в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования и для самообразования.

### **В результате изучения темы "Действительные числа"**

#### **Обучающийся научится:**

- Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;
- Записывать бесконечную десятичную дробь в виде обыкновенной;
- Выполнять действия с десятичными и обыкновенными дробями;
- Применять понятия об иррациональных числах, множестве действительных чисел, модуле действительного числа при выполнении упражнений;
- Выполнять вычисления с иррациональными выражениями;
- Сравнить числовые значения иррациональных выражений;
- Определять какая прогрессия называется геометрической;
- Давать определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- Применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- Применять эту формулу при решении задач, в частности при записи бесконечной периодической десятичной дроби в виде обыкновенной;
- Формулировать определение арифметического корня натуральной степени;
- Применять свойства арифметического корня при решении задач;
- Формулировать определение степени с рациональным показателем;
- Применять свойства степени с рациональным показателем;
- определение степени с действительным показателем, теорему и три следствия из нее
- Выполнять преобразование выражений, используя свойства степени, сравнивать выражения, содержащие степени с рациональным показателем.

#### **Обучающийся получит возможность научиться:**

- Любое рациональное число записать в виде конечной десятичной дроби и наоборот;
- Развернуто обосновывать суждения; добывать информацию по заданной теме в источниках различного типа.

### **В результате изучения темы "Степенная функция"**

#### **Обучающийся научится:**

- Применять свойства и графики различных случаев степенной функции (в зависимости от показателя степени  $p$ );
- Сравнить числа, решать неравенства с помощью графиков и (или) свойств степенной функции;
- Формулировать определение функции обратной для данной функции, теоремы об обратной функции;
- Строить график функции, обратной данной;
- Понимать определение равносильных уравнений, следствия уравнения;
- Определять при каких преобразованиях исходное уравнение заменяется на равносильное ему уравнение, при каких получаются посторонние корни, при каких происходит потеря корней;
- Формулировать определение равносильных неравенств;
- Устанавливать равносильность и следствие, уметь выполнять необходимые преобразования при решении уравнений и неравенств;
- Формулировать определение иррационального уравнения, свойство;

– Решать иррациональные уравнения.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Давать определение иррационального неравенства;
- Применять алгоритм решения иррационального неравенства;
- Решать иррациональные неравенства по алгоритму, а также с помощью графиков;
- Развернуто обосновывать суждения; добывать информацию по заданной теме в источниках различного типа.

**В результате изучения темы "Показательная функция"**

**Обучающийся научиться:**

- Формулировать определение показательной функции, три основных свойства показательной функции;
- Строить график показательной функции;
- Определять вид показательных уравнений;
- Применять алгоритм решения показательных уравнений;
- Решать, показательные уравнения пользуясь алгоритмом;
- Понимать определение и вид показательных неравенств;
- Применять алгоритм решения, решать показательные неравенства по алгоритму;
- Применять способ подстановки решения систем уравнений;
- Решать системы показательных уравнений и неравенств.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Решать показательные уравнения функционально-графическим методом;
- Решать показательные уравнения методом почленного деления;
- Развернуто обосновывать суждения; добывать информацию по заданной теме в источниках различного типа.

**В результате изучения темы "Логарифмическая функция"**

**Обучающийся научиться:**

- Понимать определение логарифма числа;
- Применять основное логарифмическое тождество;
- Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы;
- Формулировать свойства логарифмов;
- Применять эти свойства логарифмов при преобразовании выражений, содержащих логарифмы;
- Понимать обозначение десятичного и натурального логарифмов;
- Находить значения десятичных и натуральных логарифмов по таблице Брадиса и с помощью микрокалькулятора;
- Определять вид логарифмической функции, ее основные свойства;
- Строить график логарифмической функции с данным основанием;
- Использовать свойства логарифмической функции при решении задач;
- Распознавать простейшие логарифмические уравнения;
- Применять основные приемы решения логарифмических уравнений;
- Решать простейшие логарифмические уравнения;
- Применять основные приемы при решении уравнений;
- Распознавать простейшие логарифмические неравенства;
- Применять основные способы решения логарифмических неравенств;
- Решать простейшие логарифмические неравенства.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Решать логарифмические уравнения функционально-графическим методом;
- Решать логарифмические уравнения методом почленного деления;
- Развернуто обосновывать суждения; добывать информацию по заданной теме в источниках различного типа.

## **В результате изучения темы "Тригонометрические формулы"**

### **Обучающийся научиться:**

- Понимать какой угол называется углом в 1 радиан;
- Применять формулы перевода градусной меры в радианную и наоборот;
- Вычислять длину дуги и площадь кругового сектора;
- Понимать понятия «единичная окружность», «поворот точки вокруг начала координат»;
- Находить координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки  $P(1; 0)$  на заданный угол;
- Находить углы поворота точки  $P(1; 0)$ , чтобы получить точку с заданными координатами;
- Формулировать определения синуса, косинуса и тангенса угла;
- Находить значения синуса, косинуса и тангенса по таблицам В. М. Брадиса, с помощью микрокалькулятора, а также табличные значения;
- Решать уравнения  $\sin x = 0$ ,  $\sin x = 1$ ,  $\sin x = -1$ ,  $\cos x = 0$ ,  $\cos x = 1$ ,  $\cos x = -1$ ;
- Определять знаки синуса, косинуса и тангенса в различных четвертях;
- Определять знак числа  $\sin a$ ,  $\cos a$  и  $\operatorname{tg} a$  при заданном значении  $a$ ;
- Применять формулы  $\sin(-a) = -\sin a$ ,  $\cos(-a) = \cos a$ ,  $\operatorname{tg}(-a) = -\operatorname{tg} a$ ;
- Находить значения синуса, косинуса и тангенса для отрицательных углов;
- Применять формулы сложения и др., применять их на практике;
- Применять формулы синуса и косинуса двойного угла, Понимать, что значения тригонометрических функций углов, больших  $90^\circ$ , сводятся к значениям для острых углов;
- Применять формулы приведения при решении задач;
- Применять формулы суммы и разности синусов, косинусов на практике.

### **Обучающийся получит возможность научиться:**

- Применять формулы половинного угла синуса, косинуса и тангенса;
- Применять основное тригонометрическое тождество, зависимость между тангенсом и котангенсом, зависимость между тангенсом и косинусом, зависимость между котангенсом и синусом;
- Выводить формулы тангенса и котангенса двойного угла.

## **В результате изучения темы "Тригонометрические уравнения"**

### **Обучающийся научится:**

- Находить арккосинус, арксинус и арктангенс числа;
- Применять формулы решения уравнений  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$  и  $\operatorname{tg} x = a$ ;
- Решать частные случаи тригонометрических уравнений ( $\cos x = -1$ ,  $\cos x = 1$ ,  $\cos x = 0$ );
- Решать частные случаи тригонометрических уравнений ( $\sin x = -1$ ,  $\sin x = 0$ ,  $\sin x = 1$ );
- Решать простейшие тригонометрические уравнения;
- Решать простейшие тригонометрические уравнения, квадратные уравнения относительно одной из тригонометрических функций, однородные и неоднородные уравнения.

### **Обучающийся получит возможность научиться:**

- Решать некоторые виды тригонометрических уравнений приводимых к простейшим;
- Применять алгоритм решения тригонометрических неравенств;
- Решать простейшие тригонометрические неравенства.

## **В результате изучения темы "Тригонометрические функции"**

### **Обучающийся научится:**

- Находить область определения и множества значений функций;

- Находить область определения и область значений тригонометрических функций;
- Находить период тригонометрических функций,
- Исследовать тригонометрические на четность и нечетность;
- Применять понятие функции косинуса, схему исследования функции  $y = \cos x$  и ее свойства;
- Строить график функции  $y = \cos x$ , находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции;
- Применять понятие функции синуса, схему исследования функции  $y = \sin x$  и ее свойства;
- Строить график функции  $y = \sin x$ , находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки постоянных знаков, наибольшее и наименьшее значения функции.
- Применять понятие функции тангенса, схему исследования функции  $y = \operatorname{tg} x$  ее и свойства;
- Строить график функции  $y = \operatorname{tg} x$ , находить по графику промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, наибольшие и наименьшие значения функции.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Понимать, какие функции являются обратными тригонометрическими;
- Строить графики обратных тригонометрических функций;
- Решать задачи с использованием свойств обратных тригонометрических функций.

**В результате изучения темы "Производная и ее геометрический смысл"**

**Обучающийся научится:**

- Формулировать определения производной;
- Применять формулы производных элементарных функций, простейшие правила вычисления производных;
- Строить графики элементарных функций;
- Использовать определение производной при нахождении производных элементарных функций, применять понятие при решении физических задач.
- Применять формулы производных степенной функции  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{R}$  и  $y = (kx + p)^n$ ,  $n \in \mathbb{R}$ ;
- Находить производные степенной функции, значения производной функции, если указана задающая ее формула;
- Применять правила нахождения производных суммы, произведения и частного, производную сложной функции;
- Находить производные суммы, произведения, частного, производную сложной функции;
- Находить значения производных функций;
- Решать неравенства методом интервалов;
- Применять формулы производных показательной, логарифмической, тригонометрических функций;
- Применять правила дифференцирования и формулы элементарных функций при решении задач;
- Понимать, что называют угловым коэффициентом прямой, углом между прямой и осью  $Ox$ ; в чем состоит геометрический смысл производной;
- Записывать уравнение касательной к графику функции.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Доказывать правила вычисления производной суммы;
- Применять теоретические знания на практике;
- Применять способ построения касательной к параболы.

**В результате изучения темы "Применение производной к исследованию функций"**

**Обучающийся научится:**

- Формулировать и понимать достаточный признак убывания (возрастания) функции, теорему Лагранжа;
- Понимать понятия «промежутки монотонности функции»;
- Применять производную к нахождению промежутков возрастания и убывания функции;
- Формулировать определения точек максимума и минимума, необходимый признак экстремума (теорему Ферма) и достаточный признак максимума и минимума;
- Определять стационарные и критические точки функции;
- Находить экстремумы функции, точки экстремума, определять их по графику;
- Применять общую схему исследования функции, метод построения графика четной (нечетной) функции;
- Проводить исследование функции и строить ее график;
- Применять алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке  $[a;b]$  и на интервале;
- Применять правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке (на интервале).

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Понимать и применять понятие производной высших порядков (второго, третьего и т. д.), определения выпуклости (выпуклость вверх, выпуклость вниз), точки перегиба;
- Определять свойства функции, которые устанавливаются с помощью второй производной.

**В результате изучения темы "Интеграл"**

**Обучающийся научится:**

- Формулировать определение первообразной, основное свойство первообразной;
- Проверять, является ли данная функция  $F$  первообразной для другой заданной функции  $f$  на данном промежутке;
- Находить первообразную, график которой проходит через данную точку;
- Применять таблицу первообразных, правила интегрирования;
- Находить первообразные функций в случаях, непосредственно сводящихся к применению таблицы первообразных и правил интегрирования;
- Понимать, какую фигуру называют криволинейной трапецией;
- Применять формулу вычисления площади криволинейной трапеции, определение интеграла, формулу Ньютона-Лейбница;
- Изображать криволинейную трапецию, ограниченную заданными кривыми;
- Находить площадь криволинейной трапеции;
- Применять простейшие правила интегрирования (интегрирование суммы, интегрирование произведения постоянной на функцию, интегрирование степени), таблицу первообразных;
- Вычислять интегралы в случаях, непосредственно сводящихся к применению таблицы первообразных, правил интегрирования;
- Находить площади фигур, ограниченных графиками различных функций.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Понимать определение дифференциального уравнения, уравнение гармонического колебания;
- Применять понятие первообразной и интеграла при решении задач по физике, химии, биологии, геометрии;
- Решать простейшие дифференциальные уравнения.

**В результате изучения темы "Комбинаторика"**

**Обучающийся научится:**

- Применять основные законы комбинаторики: правило суммы, правило произведения;

- Пользоваться основными формулами комбинаторики: размещения с повторениями, размещения без повторений, перестановки без повторений, сочетания без повторений, перестановки с повторениями, сочетания с повторениями.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Свободно применять теоремы, необходимые для решения практических задач; объяснять изученные положения на самостоятельно подобранных конкретных примерах.

**В результате изучения темы "Элементы теории вероятностей"**

**Обучающийся научится:**

- Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера;
- Осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- Извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- Приводить примеры на все виды событий: невозможные, достоверные, случайные, совместные, несовместные, равновозможные и неравновозможные;
- Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей, вычислять в простейших случаях вероятности событий;
- Вычислять вероятность событий;
- Применять формулу умножения, формулу Бернулли при решении вероятностных задач.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики;
- Свободно пользоваться умением обобщать и систематизировать знания по задачам повышенной сложности.

**В результате изучения темы "Статистика"**

**Обучающийся научится:**

- Моделировать реальные ситуации на языке статистики;
- Оперировать понятиями случайные величины, генеральная совокупность, выборка, математическое ожидание;
- Находить меру разброса, размах и моду.

**Обучающийся получит возможность научиться:**

- Свободно пользоваться умением обобщать и систематизировать знания по задачам повышенной сложности;
- Свободно применять теоремы, необходимые для решения практических задач; объяснять изученные положения на самостоятельно подобранных конкретных примерах.



# Содержание учебного предмета

## 10 класс

### 1. Повторение курса алгебры основной школы.

Рациональные уравнения и системы рациональных уравнений. Рациональные неравенства и системы рациональных неравенств. Степени и корни. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Функции и графики.

*Основная цель:* обобщить и систематизировать знания учащихся курса алгебры 7-9 класса с целью выявления уровня сформированности математической грамотности.

### 2. Действительные числа

Целые и рациональные числа. Действительные числа. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Арифметический корень натуральной степени. Степень с рациональным и действительным показателями.

*Основные цели:* формирование представлений о натуральных, целых числах, о признаках делимости, простых и составных числах, о рациональных числах, о периоде, о периодической дроби, о действительных числах, об иррациональных числах, о бесконечной десятичной периодической дроби, о модуле действительного числа; формирование умений определять бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, вычислять по формуле сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии; овладение умением извлечения корня  $n$ -й степени и применение свойств арифметического корня натуральной степени; овладение навыками решения иррациональных уравнений, используя различные методы решения иррациональных уравнений и свойств степени с любым целочисленным показателем.

### 3. Степенная функция

Степенная функция, её свойства и график. Равносильные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения.

*Основные цели:* формирование представлений о степенной функции, о монотонной функции; формирование умений выполнять преобразование данного уравнения в уравнение-следствие, расширения области определения, проверки корней; овладение умением решать иррациональные уравнения методом возведения в квадрат обеих частей уравнения, проверки корней уравнения; выполнять равносильные преобразования уравнения и определять неравносильные преобразования уравнения.

### 4. Показательная функция

Показательная функция, её свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства. Системы показательных уравнений и неравенств.

*Основные цели:* формирование понятий о показательной функции, о степени с произвольным действительным показателем, о свойствах показательной функции, о графике функции, о симметрии относительно оси ординат, об экспоненте; формирование умения решать показательные уравнения различными методами: уравниванием показателей, введением новой переменной; овладение умением решать показательные неравенства различными методами, используя свойства равносильности неравенств; овладение навыками решения систем показательных уравнений и неравенств методом замены переменных, методом подстановки.

## 5. Логарифмическая функция

Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмическая функция, её свойства и график. Логарифмические уравнения.

Логарифмические неравенства.

*Основные цели:* формирование представлений о логарифме, об основании логарифма, о логарифмировании, о десятичном логарифме, о натуральном логарифме, о формуле перехода от логарифма с одним основанием к логарифму с другим основанием; формирование умения применять свойства логарифмов: логарифм произведения, логарифм частного, логарифм степени, при упрощении выражений, содержащих логарифмы; овладение умением решать логарифмические уравнения; переходя к равносильному логарифмическому уравнению, метод потенцирования, метод введения новой переменной, овладение навыками решения логарифмических неравенств.

## 6. Тригонометрические формулы

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса. Знаки синуса, косинуса и тангенса. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов  $\alpha$  и  $\alpha$ . Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.

*Основные цели:* формирование представлений о радианной мере угла, о переводе радианной меры в градусную и наоборот, градусной - в радианную; о числовой окружности на координатной плоскости; о синусе, косинусе, тангенсе, котангенсе, их свойствах; о четвертях окружности; формирование умений упрощать тригонометрические выражения одного аргумента; доказывать тождества; выполнять преобразование выражений посредством тождественных преобразований; овладение умением применять формулы синуса и косинуса суммы и разности, формулы двойного угла для упрощения выражений; овладение навыками использования формул приведения и формул преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.

## 7. Тригонометрические уравнения

Уравнение  $\cos x = a$ . Уравнение  $\sin x = a$ . Уравнение  $\operatorname{tg} x = a$ . Решение тригонометрических уравнений.

*Основные цели:* формирование представлений о решении тригонометрических уравнений на числовой окружности, об арккосинусе, арксинусе, арктангенсе, арккотангенсе числа; формирование умений решения простейших тригонометрических уравнений, однородных тригонометрических уравнений; овладение умением решать тригонометрические уравнения методом введения новой переменной, методом разложения на множители; расширение и обобщение сведений о видах тригонометрических уравнений.

## 8. Повторение курса алгебры 10 класса

Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение показательных, степенных и логарифмических уравнений. Решение показательных, степенных и логарифмических неравенств. Тригонометрические формулы. Тригонометрические

тождества. Решение тригонометрических уравнений. Решение систем показательных и логарифмических уравнений. Текстовые задачи на проценты, движение.

*Основные цели:* обобщить и систематизировать знания обучающихся за курс алгебры и начала анализа за 10 класс, решая тестовые задания по сборникам тренировочных заданий по подготовке к ЕГЭ; создать условия для плодотворного участия в работе в группе; формировать умения самостоятельно и мотивированно организовывать свою деятельность.

## 11 класс

### 1. Повторение тем курса алгебры 10 класса.

Степенная, показательная и логарифмическая функции. Решение показательных, степенных и логарифмических уравнений. Решение показательных, степенных и логарифмических неравенств. Тригонометрические формулы. Тригонометрические тождества. Решение тригонометрических уравнений. Решение систем показательных и логарифмических уравнений. Текстовые задачи на проценты, движение.

*Основные цели:* обобщить и систематизировать знания обучающихся с целью выявления уровня сформированности математической грамотности и готовности продолжить обучение.

**2. Тригонометрические функции** Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ .

*Основные цели:* формирование представлений об области определения и множестве значений тригонометрических функций, о нечётной и чётной функциях, о периодической функции, о периоде функции, о наименьшем положительном периоде; формирование умений находить область определения и множество значений тригонометрических функций сложного аргумента, представленного в виде дроби и корня; овладение умением свободно строить графики тригонометрических функций и описывать их свойства;

### 3. Производная и её геометрический смысл

Производная. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные некоторых элементарных функций. Геометрический смысл производной.

*Основные цели:* формирование понятий о мгновенной скорости, о касательной к плоской кривой, о касательной к графику функции, о производной функции, о физическом смысле производной, о геометрическом смысле производной, о скорости изменения функции, о пределе функции в точке, о дифференцировании, о производных элементарных функций; формирование умения использовать алгоритм нахождения производной элементарных функций простого и сложного аргумента; овладение умением находить производную любой комбинации элементарных функций; овладение навыками составления уравнения касательной к графику функции при дополнительных условиях, нахождения углового коэффициента касательной, точки касания.

### 4. Применение производной к исследованию функций

Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции. Применение производной к построению графиков функций. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость графика. Точки перегиба.

*Основные цели:* формирование представлений о промежутках возрастания и убывания функции, о достаточном условии возрастания функции, о промежутках монотонности функции, об окрестности точки, о точках максимума и минимума функции, о точках экстремума, о критических точках; формирование умения строить эскиз графика функции, если задан отрезок, значения функции на концах этого отрезка и знак производной в некоторых точках функции; овладение умением применять производную к исследованию функций и построению графиков; овладение навыками исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функций, точки перегиба и интервалы выпуклости.

## **5. Первообразная и интеграл**

Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции и интеграл. Вычисление интегралов. Вычисление площадей с помощью интегралов.

*Основные цели:* формирование представлений о первообразной функции, о семействе первообразных, о дифференцировании и интегрировании, о таблице первообразных, о правилах отыскания первообразных; формирование умений находить для функции первообразную, график которой проходит через точку, заданную координатами; овладение умением находить площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиками функций  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , ограниченной прямыми  $x = a$ ,  $x = b$ , осью  $Ox$  и графиком  $y = h(x)$ .

**6. Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей**  
Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Поочерёдный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев: вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов. Случайные величины. Центральные тенденции. Меры разброса. Решение практических задач по теме «Статистика».

*Основные цели:* формирование представлений о научных, логических, комбинаторных методах решения математических задач; формирование умения анализировать, находить различные способы решения одной и той же задачи, делать выводы; развитие комбинаторно-логического мышления; формирование представления о теории вероятности, о понятиях: вероятность, испытание, событие (невозможное и достоверное), вероятность событий, объединение и пересечение событий, следствие события, независимость событий; формирование умения вычислять вероятность событий, определять несовместные и противоположные события; овладение умением выполнения основных операций над событиями; овладение навыками решения практических задач с применением вероятностных методов;

**7. Обобщающее повторение курса алгебры и начал анализа за 10- 11 классы** Числа и алгебраические преобразования. Уравнения. Неравенства. Системы уравнений и неравенств. Производная функции и ее применение к решению задач. Функции и графики. Текстовые задачи на проценты, движение, прогрессии.

*Основные цели:* обобщение и систематизация курса алгебры и начал анализа за 10- 11 классы; создание условий для плодотворного участия в групповой работе, для формирования умения самостоятельно и мотивированно организовывать свою деятельность; формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как средстве моделирования явлений и процессов; развитие логического и математического мышления, интуиции, творческих способностей; воспитание понимания значимости математики для общественного прогресса.

#### 4. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ(10класс)

№ п/п	Название темы	Кол-во часов по программе.	Проверочных работ по программе
1	Повторение курса алгебры основной школы.	6	1 входн
2	Действительные числа	18	1
3	Степенная функция	18	1
4	Показательная функция	12	1
5	Логарифмическая функция	19	1
6	Тригонометрические формулы	27	1
7	Тригонометрические уравнения	18	1
8	Повторение	18	1(итоговая)
	Всего	136	8

#### ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ(11класс)

№ п/п	Название темы	Кол-во часов по программе.	Проверочных работ по программе
1	Повторение курса алгебры и начала анализа 10 класса	4	1 входн
2	Тригонометрические функции	20	1
3	Производная и её геометрический смысл	20	1
	Применение производной к исследованию функций	18	1
4	Интеграл	17	1
5	Комбинаторика	13	1
6	Элементы теории вероятностей	13	1
7	Статистика	9	1
8	Повторение	22	1(итоговая)
	Всего	136	9

# Геометрия

## Планируемые результаты обучения

Программа обеспечивает достижение следующих результатов освоения образовательной программы основного общего образования:

### **личностные:**

1) формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учетом устойчивых познавательных интересов;

2) осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учетом устойчивых познавательных интересов;

3) формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;

4) формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;

5) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

6) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

7) креативность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении геометрических задач;

8) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

9) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

### **метапредметные:**

1) умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

2) умение осуществлять контроль по результату и по способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы;

3) умение адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения;

4) осознанное владение логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации на основе самостоятельного выбора оснований и критериев, установления родовидовых связей;

5) умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и выводы;

6) умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

7) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников, общие способы работы; умение работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; слушать партнера; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

8) формирование и развитие учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ-компетентности);

9) первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;

10) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;

11) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях избыточной, точной и вероятностной информации;

12) умение понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;

13) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;

14) умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;

15) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

16) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;

17) умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

#### **предметные:**

1) овладение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания; представление об основных изучаемых понятиях (число, геометрическая фигура, вектор, координаты) как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) умение работать с геометрическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

4) овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

5) усвоение систематических знаний о простейших пространственных телах, умение применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач;

6) умение вычислять объемы тел и площади их поверхностей, решая задачи повышенной сложности;

7) умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

### **Вводное повторение курса планиметрии. Введение.**

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство) и аксиомы стереометрии. Первые следствия из аксиом.

*Выпускник научится:*

- Понимать аксиомы о взаимном расположении точек, прямых и плоскостей в пространстве;
- Применять аксиомы стереометрии их следствия при решении задач.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Решать задачи повышенной сложности.

### **Параллельность прямых и плоскостей**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямой и плоскости, признак и свойства. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур. Тетраэдр и параллелепипед, куб. Сечения куба, призмы, пирамиды.

*Выпускник научится:*

- Определять взаимное расположение 2-х прямых в пространстве;
- Доказывать теоремы о параллельности прямых параллельности 3-х прямых;
- Закреплять эти понятия на моделях куба, призмы, пирамиды;
- Вводить понятие параллельности прямой и плоскости;
- Определять взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве;
- Применять изученные теоремы к решению задач;
- Доказывать признак и свойства скрещивающихся прямых;
- Находить углы между прямыми в пространстве;
- Доказывать признак параллельности двух плоскостей;
- Формулировать свойства параллельных плоскостей;
- Применять изученные свойства параллельных плоскостей при решении задач;
- Вводить понятие тетраэдра, параллелепипеда;
- Решать задачи, связанные с тетраэдром и параллелепипедом;
- Строить сечения тетраэдра и параллелепипеда.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Доказывать признак параллельности прямой и плоскости;
- Самостоятельно выбирать способ решения задач.

### **Перпендикулярность прямых и плоскостей**

Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от

прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Площадь ортогональной проекции многоугольника.

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие перпендикулярных прямых в пространстве;
- Доказывать лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой;
- Давать определение перпендикулярности прямой и плоскости;
- Доказывать признак перпендикулярности прямой и плоскости;



- Применять признак перпендикулярности прямой и плоскости к решению задач;
  - Доказывать теорему существования и единственности прямой, перпендикулярной плоскости;
  - Решать задачи основных типов на перпендикулярность прямой и плоскости;
  - Доказывать теорему о трех перпендикулярах, применять теорему при решении задач;
  - Решать задачи в которых используется понятие угла между прямой и плоскостью;
  - Вводить понятие двугранного угла и его линейного угла, решать задачи на применение этих понятий;
  - Находить угол между плоскостями;
  - Вводить понятие перпендикулярных плоскостей;
  - Доказывать признак перпендикулярности двух плоскостей, применять этот признак при решении задач;
  - Вводить понятие прямоугольного параллелепипеда, формулировать свойства его граней, двугранных углов, диагоналей;
  - Решать задачи на свойства прямоугольного параллелепипеда.
- Выпускник получит возможность научиться:*
- Доказывать теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости;
  - Совершенствовать навыки решения задач.

### **Многогранники**

Понятие многогранника, вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма, ее основание, боковые ребра, высота, боковая и полная поверхности.

Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая и полная поверхности. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Симметрия в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая и зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие многогранника, призмы и их элементов;
- Определять виды призм, вводить понятие площади поверхности призмы;
- Выводить формулу для вычисления площади поверхности прямой призмы;
- Вводить понятие пирамиды, решать задачи связанные с пирамидой;
- Вводить понятие правильной пирамиды;
- Доказывать теорему о площади боковой поверхности правильной пирамиды;
- Решать задачи, связанные с правильной пирамидой;
- Вводить понятие «правильного многогранника»;
- Решать задачи на правильные многогранники.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Развивать творческие способности, познавательную активность;
- Решать задачи на вычисление площади поверхности произвольной пирамиды.

### **Векторы в пространстве**

Понятие вектора в пространстве. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Коллинеарные векторы. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие вектора в пространстве и равенства векторов и связанные с этим понятием обозначения;

- Понимать правила треугольника и параллелограмма сложения векторов в пространстве, законы сложения векторов;
- Применять два способа построения разности двух векторов;
- Применять правило сложения нескольких векторов в пространстве при нахождении векторных сумм, не прибегая к рисункам;
- Применять правило умножения вектора на число и основные свойства этого действия при решении задач;
- Давать определение компланарных векторов;
- Применять признак компланарности трех векторов и правило параллелепипеда, сложение трех некомпланарных векторов;
- Понимать теорему о разложении вектора по трем некомпланарным векторам.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Совершенствовать навыки выполнения действий над векторами;
- Решать задачи повышенной сложности.

### **Метод координат в пространстве. Движения**

Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Векторы в пространстве. Длина вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие прямоугольной системы координат в пространстве;
- Строить точку по заданным ее координатам и находить координаты точки, изображенной в заданной системе координат;
- Выполнять действия над векторами с заданными координатами;
- Вводить понятие радиус-вектора произвольной точки пространства;
- Доказывать, что координаты точки равны соответствующим координатам ее радиус-вектора, а координаты любого вектора равны разностям соответствующих координат его конца и начала;
- Применять формулы координат середины отрезка, длины вектора через его координаты и расстояния между двумя точками;
- Вводить понятие угол между векторами и скалярного произведения векторов;
- Применять формулу скалярного произведения в координатах и свойства скалярного произведения;
- Вычислять скалярное произведение векторов и находить угол между векторами по их координатам;
- Вводить понятия движения пространства и основные виды движений.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Решать стереометрические задачи координатно-векторным способом;
- Использовать скалярное произведение векторов при решении задач на вычисление углов между двумя прямыми, а также между прямой и плоскостью.

### **Цилиндр, конус, шар**

Основные элементы сферы и шара. Взаимное расположение сферы и плоскости. Многогранники, вписанные в сферу. Многогранники, описанные около сферы. Цилиндр и конус. Фигуры вращения.

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие цилиндрической поверхности, цилиндра и его элементов (боковая поверхность, основания, образующие, ось, высота, радиус);
- Выводить формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхности цилиндра;
- Вводить понятие конической поверхности, конуса и его элементов (боковая поверхность, основание, вершина, образующие, ось, высота), усеченного конуса;

- Выводить формулы для вычисления площадей боковой и полной поверхности конуса и усеченного конуса;
- Решать задачи на нахождение элементов цилиндра и конуса;
- Вводить понятие сферы, шара и их элементов (центр, радиус, диаметр);
- Рассматривать возможные случаи взаимного расположения сферы и плоскости;
- Применять формулу площади сферы при решении задач.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Выводить уравнение сферы в заданной прямоугольной системе координат
- Доказывать теоремы о касательной плоскости к сфере.

### **Объемы тел**

Понятие объема и его свойства. Объем цилиндра, прямоугольного параллелепипеда и призмы. Принцип Кавальери. Объем пирамиды. Объем конуса и усеченного конуса. Объем шара и его частей. Площадь поверхности многогранника, цилиндра, конуса, усеченного конуса. Площадь поверхности шара и его частей.

*Выпускник научится:*

- Вводить понятие объема тела;
- Применять свойства объемов, теорему об объеме прямоугольного параллелепипеда при решении задач;
- Применять следствие об объеме прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник при решении задач;
- Применять теоремы об объемах прямой призмы и цилиндра при решении задач;
- Понимать возможность и целесообразность применения определенного интеграла для вычисления объемов тел;
- Применять формулу объема наклонной призмы с помощью интеграла при решении задач;
- Применять теорему об объеме пирамиды и, как следствие, формулу объема усеченной пирамиды при решении типовых задач;
- Решать типовые задачи на применение формул объемов конуса и усеченного конуса;
- Применять формулы объема шара и площади сферы при решении задач.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- Доказывать теоремы об объемах прямой призмы и цилиндра;
- Выводить формулу объема наклонной призмы с помощью интеграла;
- Выводить формулу объема усеченной пирамиды;
- Доказывать теорему об объеме конуса и ее следствие, в котором выводится формула объема усеченного конуса;
- Вывести формулы объема шара и площади сферы при решении задач;
- Использовать формулы для вычисления объемов частей шара – шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.

Предметные результаты освоения учебного предмета «Математика»:

- формирование представлений о математике, её роли в жизни и профессиональной деятельности человека, необходимость применения математических знаний для решения современных практических задач человечества, своей страны и родного края, в том числе с учетом рынка труда Челябинской области;
- овладение основными навыками получения, применения, интерпретации и презентации информации математического содержания, использования математических знаний в повседневной жизни и изучения других предметов, формирование представлений о реальном секторе экономики и рынке труда Челябинской области;
- формирование представлений об особенностях деятельности людей, ведущей к развитию промышленности родного края, освоение системы математических знаний для

последующего изучения дисциплин необходимых для получения инженерных и технических специальностей в учреждениях системы среднего и высшего профессионального образования и для самообразования.

## Содержание обучения 10 класс

### 1. Некоторые сведения из планиметрии

Углы и отрезки, связанные с окружностью. Решение треугольников. Теоремы Менелая и Чебы. Эллипс, гипербола и парабола.

*Основная цель* - расширить известные учащимся сведения о геометрических фигурах на плоскости: рассмотреть ряд теорем об углах и отрезках, связанных с окружностью, о вписанных и описанных четырехугольниках; вывести формулы для медианы и биссектрисы треугольника, а также формулы площади треугольника, использующие радиусы вписанной и описанной окружностей; познакомить учащихся с такими интересными объектами, как окружность и прямая Эйлера, с теоремами Менелая и Чебы, и, наконец, дать геометрические определения эллипса, гиперболы, параболы и вывести их канонические уравнения.

Изучение этих теорем и формул целесообразно совместить с рассмотрением тех или иных вопросов стереометрии:

- теоремы об углах и отрезках, связанных с окружностью, рассмотреть при изучении темы «Сфера и шар»;
- различные формулы, связанные с треугольником, при изучении темы «Многогранники», в частности, теоремы Менелая и Чебы - в связи с задачами на построение сечений многогранников;
- сведения об эллипсе, гиперболе и параболе использовать при рассмотрении сечений цилиндрической и конической поверхностей.

### 2. Введение.

Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом.

*Основная цель* – познакомить учащихся с содержанием курса стереометрии, с основными понятиями и аксиомами, принятыми в данном курсе, вывести первые следствия из аксиом, дать представление о геометрических телах и их поверхностях, об изображении пространственных фигур на чертеже, о прикладном значении геометрии.

Изучение стереометрии должно базироваться на сочетании наглядности и логической строгости. Опора на наглядность – неперемное условие успешного усвоения материала, и в связи с этим нужно уделить большое внимание правильному изображению на чертеже пространственных фигур. Однако наглядность должна быть пронизана строгой логикой. В отличие от курса планиметрии в курсе стереометрии уже с самого начала формулируются аксиомы о взаимном расположении точек, прямых и плоскостей в пространстве, и далее изучение свойств взаимного расположения прямых и плоскостей проходит на основе этих аксиом. Тем самым задается высокий уровень строгости в логических рассуждениях, который должен выдерживаться на протяжении всего курса.

### 3. Параллельность прямых и плоскостей

Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед.

*Основная цель* – сформировать представления учащихся о возможных случаях взаимного расположения двух прямых в пространстве, прямой и плоскости, изучаются свойства и признаки параллельности прямых и плоскостей.

Особенность данного курса состоит в том, что уже в первой главе вводятся в рассмотрение тетраэдр и параллелепипед и устанавливаются некоторые их свойства. Это дает возможность отрабатывать понятия параллельности прямых и плоскостей на этих двух видах многогранников, что, в свою очередь, создает определенный задел к главе «Многогранники». Отдельный пункт посвящен построению на чертеже сечений тетраэдра и параллелепипеда, что представляется важным как для решения геометрических задач, да и, вообще, для развития пространственных представлений учащихся.

В рамках этой темы учащиеся знакомятся также с параллельным проектированием и его свойствами, используемыми при изображении пространственных фигур на чертеже.

В

#### **4. Перпендикулярность прямых и плоскостей**

Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

*Основная цель* – ввести понятия перпендикулярности прямых и плоскостей, изучить признаки перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей, ввести основные метрические понятия: расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями, между параллельными прямой и плоскостью, расстояние между скрещивающимися прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, изучить свойства прямоугольного параллелепипеда.

Понятие перпендикулярности и основанные на нем метрические понятия (расстояния, углы) существенно расширяют класс стереометрических задач, появляется много задач на вычисление, широко используются известные факты из планиметрии.

#### **5. Многогранники**

Понятие многогранника. Призма. Пирамида. Правильные многогранники.

*Основная цель* – познакомить учащихся с основными видами многогранников, с формулой Эйлера для выпуклых многогранников, с правильными многогранниками и элементами их симметрии.

С двумя видами многогранников – тетраэдром и параллелепипедом – учащиеся уже знакомы. Теперь эти представления расширяются. Многогранник определяется как поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело (его же называют многогранником). В связи с этим уточняется само понятие геометрического тела, для чего вводится еще ряд новых понятий. Усвоение их не является обязательным для всех учащихся, можно ограничиться наглядным представлением о многогранниках.

#### **6. Повторение. Решение задач.**

*Основная цель* – повторение, обобщение и систематизация знаний, умений и навыков за курс геометрии 10 класса.

### **11 класс**

#### **1. Векторы в пространстве**

Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

*Основная цель* – закрепить известные учащимся из курса планиметрии сведения о векторах и действиях над ними, ввести понятие компланарных векторов в пространстве и рассмотреть вопрос о разложении любого вектора по трем некопланарным векторам.

Основные определения, относящиеся к действиям над векторами в пространстве, вводятся так же, как и для векторов на плоскости. Поэтому изложение этой части достаточно сжато. Более подробно рассматриваются вопросы, характерные для векторов в пространстве: компланарность векторов, правило параллелепипеда сложения трех некопланарных векторов, разложение вектора по трем некопланарным векторам.

## **2. Метод координат в пространстве. Движения**

Координаты точки и координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Движения.

*Основная цель* – сформировать умение учащихся применять векторно-координатный метод к решению задач на вычисление углов между прямыми и плоскостями и расстояний между двумя точками, от точки до плоскости.

Данный раздел является непосредственным продолжением предыдущего. Вводится понятие прямоугольной системы координат в пространстве, даются определения координат точки и координат вектора, рассматриваются простейшие задачи в координатах. Затем вводится скалярное произведение векторов, кратко перечисляются его свойства (без доказательства, поскольку соответствующие доказательства были в курсе планиметрии) и выводятся формулы для вычисления углов между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Дан также вывод уравнения плоскости и формулы расстояния от точки до плоскости.

В конце раздела изучаются движения в пространстве: центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия. Кроме того, рассмотрено преобразование подобия.

## **3. Цилиндр, конус, шар**

Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

*Основная цель* – дать учащимся систематические сведения об основных телах и поверхностях вращения – цилиндре, конусе, сфере, шаре.

Изучение круглых тел и их поверхностей завершает знакомство учащихся с основными пространственными фигурами. Вводятся понятия цилиндра, конуса, усеченного конуса. С помощью разверток определяются площади их боковых поверхностей, выводятся соответствующие формулы. Затем даются определения сферы и шара, выводится уравнение сферы и с его помощью исследуется вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости. Площадь сферы определяется как предел последовательности площадей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани. В задачах рассматриваются различные комбинации круглых тел и многогранников, в частности описанные и вписанные призмы.

## **4. Объемы тел**

Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. Объемы шарового сектора, шарового сегмента и шарового слоя.

*Основная цель* – ввести понятие объема тела и вывести формулы для вычисления объемов основных многогранников и круглых тел, изученных в курсе стереометрии.

Понятие объема тела вводится аналогично понятию площади плоской фигуры. Формулируются основные свойства объемов и на их основе выводится формула объема прямоугольного параллелепипеда, а затем прямой призмы и цилиндра. Формулы объемов других тел выводятся с помощью интегральной формулы. Формула объема шара используется для вывода формулы площади сферы.

-

**5. Обобщающее повторение. Решение задач.**

6. *Основная цель* – повторение, обобщение и систематизация знаний, умений и навыков за курс геометрии 10 – 11 класса, подготовка к итоговой аттестации по геометрии.

**4. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ(10класс)**

№ п/п	Название темы	Кол-во часов по программе.	Контроль ных работ по программе
1	Некоторые сведения из планиметрии.	12	1 входн
2	Введение	3	
3	Параллельность прямых и плоскостей.	16	2
4	Перпендикулярность прямых и плоскостей	17	1
5	Многогранники.	14	1
6	Повторение	6	1
	Всего	68	6

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ(11класс)**

№ п/п	Название темы	Кол-во часов по программе.	Контроль ных работ по программе
1	Векторы в пространстве	6	1 входн
2	Метод координат в пространстве	15	1
3	Цилиндр, конус, шар	16	1
4	Объемы тел	17	1
5	Обобщающее повторение	14	1
	Всего	68	5

